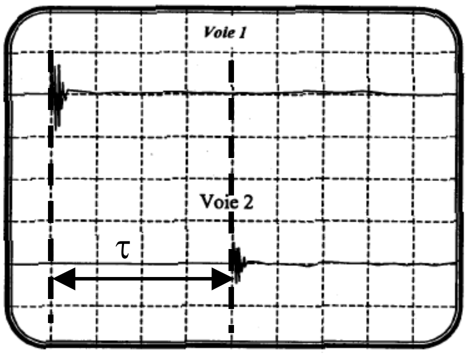
Correction des exercices sur les ondes progressives sinusoïdales

Correction de l'exercice 1 : le téléphone pot de yaourt

A – A PROPOS DES ONDES

1. L'onde sonore se propage d'abord dans l'**air**, puis dans le **fond du 1er pot de yaourt**, ensuite dans le **fil**, puis dans le **fond du 2nd pot de yaourt** et finalement dans l'**air**.
2. Figure 2 : **Onde transversale**, la direction de la perturbation (verticale) est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. (horizontale).
Figure 3: **Onde longitudinale**, la direction de la perturbation est la même que la direction de propagation de l'onde.

B – CELERITE DE L'ONDE QUI SE PROPAGE LE LONG DU FIL



1. Retard $\tau = 4$ div $\times$ 5 ms/div D'où **τ = 20 ms.**

2. $v = \dfrac{D}{\tau}$ soit $v = \dfrac{20}{20.10^{-3}}$. D'où : **$v = 1{,}0.10^3$ m.s^{-1}**

La célérité de l'onde le long de la corde est supérieure à celle dans l'air.
La célérité d'une onde est une propriété du milieu : ainsi une onde se propage plus rapidement dans un milieu solide que dans un milieu gazeux.

3. $[\mu] = [M].[L]^{-1}$
$[k] = [M].[T]^{-2}$
$[k.L] = [M].[T]^{-2}.[L]$

expression (1): $v = \sqrt{\dfrac{\mu}{k.L}}$ $[V] = [\mu]^{1/2} . [kL]^{-1/2}$

$[V] = [M]^{1/2}.[L]^{-1/2}.[M]^{-1/2}.[T].[L]^{-1/2}$
$[V] = [T].[L]^{-1}$ v serait exprimée en s.m^{-1}

L'expression (1) n'est pas retenue.

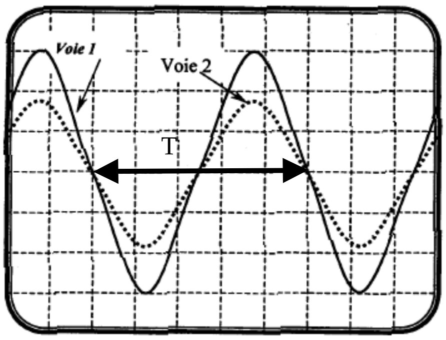
expression (2): $v = \sqrt{\dfrac{k.L}{\mu}}$, il s'agit de l'inverse de l'expression (1), on aurait $[V] = [L].[T]^{-1}$. célérité serait exprimée en m.s^{-1}.

L'expression 2 est homogène a une célérité.

expression 3: $v = \dfrac{k.L}{\mu}$, il s'agit du carré de l'expression (2), on aurait $[V] = [L]^2.[T]^{-2}$.

L'expression 3 n'est pas retenue.

4. $v = \sqrt{\dfrac{k.L}{\mu}}$ soit $v = \sqrt{\dfrac{20 \times 50}{1{,}0.10^{-3}}}$ **$= 1{,}0.10^3$ m.s^{-1}** Ce résultat est conforme à celui obtenu par l'expérience.



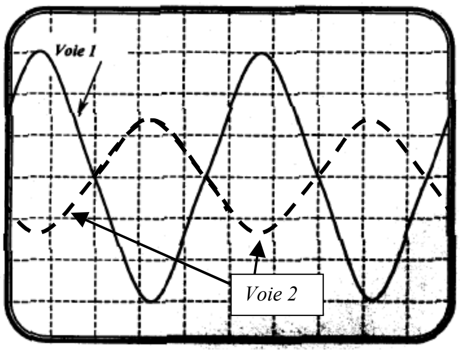
5. Le point A est plus proche de l'émetteur (haut-parleur) que ne l'est le point B. L'onde est amortie au cours de sa propagation. L'amplitude de la perturbation diminue lorsque l'onde s'éloigne de la source vibratoire.

6. T = 5,0 div $\times$ 1 ms/div : T = 5,0 ms : $\nu = \dfrac{1}{T}$; soit $\nu = \dfrac{1}{5.10^{-3}}$ = **$2{,}0.10^2$ Hz**

7.a. Les signaux en A et B se retrouvent dans la même configuration, c'est à dire **en phase**, pour des distances D_n telles que **$D_n = n.\lambda$** avec n entier naturel. On en déduit $\boldsymbol{\lambda = D_{n+1} - D_n}$ = 25,0 –20 = 30,0 – 25,0 = ….

$$\boldsymbol{\lambda = 5{,}0 \text{ m}}$$

On en déduit la célérité v à l'aide de la relation $\lambda = v.T$.
D'où : $v = \lambda.\nu$ = 5,0×2,0.10^2 = **$1{,}0.10^3$ m.s^{-1}.**



7.b. Si D = 27,5 m, on a $D = \left(n + \dfrac{1}{2}\right).\lambda$ avec n = 5. Les deux signaux **sont en opposition de phase**.
Le signal de la voie 2 possède une amplitude plus faible que celui de la voie 1. Le signal de la voie 2 possède une amplitude plus faible que lorsque de D = 20,0 m. (figure 7).

8. Dans un milieu dispersif, la célérité de l'onde dépend de sa fréquence.

Si le fil était un milieu dispersif, les ondes de basses fréquences (les graves) ne se propageraient pas à la même célérité que les ondes de hautes fréquences (les aigus).

Les signaux correspondant aux sons aigus de la voix ne parviendraient pas, au second pot de yaourt, en même temps que les signaux correspondant aux sons graves. Or la voix humaine étant constituée d'une superposition d'aigus et de graves, le deuxième protagoniste, récepteur du signal sonore, recevrait un message complètement déformé, donc inintelligible. Ceci n'est pas le cas en pratique : donc le milieu de la corde n'est quasiment pas dispersif comme le laisse entendre l'énoncé.

Correction de l'exercice 2 : corde vibrante

1. Déplacement vertical donc perpendiculaire à la direction d propagation de l'onde : l'onde est donc transversale.

2. L'amplitude est $A = 0{,}9/2 \approx 0{,}5$ cm en tenant compte de l'échelle 2..

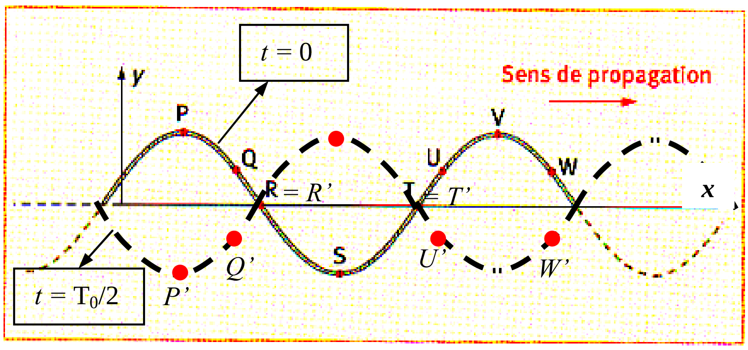
3. $\lambda = 2\ RT = 2 \times 5{,}0 =$ **10 cm**.

4. De la relation $\lambda = V\,T_0$ on tire $T_o = \lambda / V = (10.10^{-2}) / 5{,}0$ **= 2,0.10^{-2} s**. On en déduit : $f_0 = 1/T_0 =$ **50 Hz.**

5. Pour trouver le sens de déplacement des points marqués de la corde, il suffit de dessiner l'aspect de la corde à une date légèrement supérieur à la date $t = 0$: on en déduit que *P, T, U* et *V* se déplacent vers le bas tandis que les points *Q, R, S* et *W* se déplacent vers le haut.

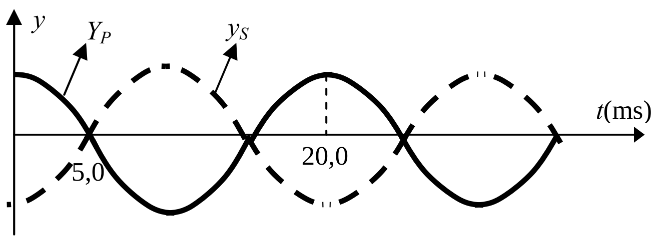
6. Les paires de points qui vibrent en phase sont distant d'une longueur d'onde. Il s'agit donc des couples (*P, V*) et (*Q*, W).

7. Pour tracer l'aspect de la corde à la date $t = T_0/2$, on peut raisonner de deux façons :



Premier raisonnement possible : en une demi-période, chaque point effectue une demi-oscillation, *P* et *V* se retrouvent alors dans un creux (positions *P'* et *V'*) et *S* se retrouve sur une crête (position *S'*) et *R* et *T* se retrouvent à la place qu'ils occupaient à la date $t = 0$ ($R = R'$ et $T = T'$). D'où l'aspect de la corde à la date $t = T_0/2$ et les positions *Q', V'* et *W'* des autres points.

Deuxième raisonnement possible : Entre $t = 0$ et $t = T_0/2$, l'onde a progressé de d'une distance $D = V\,.\,T_0/2 = \lambda/2$. D'où l'aspect de la corde à la date $t = T_0/2$.



8. L'allure des graphes est donnée ci-contre. Les points *P* et *S* vibrent en opposition de phase.

Ce n'est pas surprenant car ils sont distant d'une demi-longueur d'onde.

Comme couple de points qui vibrent en opposition de phase, on peut citer (*S, V)* et *(R,T)*.

Correction de l'exercice 3 : ondes progressives sinusoïdale le long d'un ressort

1. L'onde est longitudinale, car la direction de déplacement des spires est parallèle à la direction de propagation qui est donnée par la droite (*ao*).

2. En observant bien la répartition des spires sur la figure (b), on constate que les spires a, e, i et m sont écartées au maximum de leurs positions d'équilibre, d'une distance de 1,2 mm : donc $A = 1{,}2$ mm.

La période *T* de la perturbation peut se lire sur le graphe *y(t)* : on lit $T = 0{,}25$ ms. On en déduit $F = 1/(0{,}25.10^{-3}) = 4{,}0.10^{3}$ Hz = 4,0 kHz.

La longueur d'onde λ est la plus petite distance entre deux spires qui vibrent en phase. Les spires les plus voisines qui ont à la date *t*, une élongation maximale vibrent nécessairement en phase : ce sont les spires *a* et i par exemple. On en déduit que $\lambda = ai$ pour les positions de repos des spires *a* et *i*. D'où $\lambda = 8{,}0$ mm.

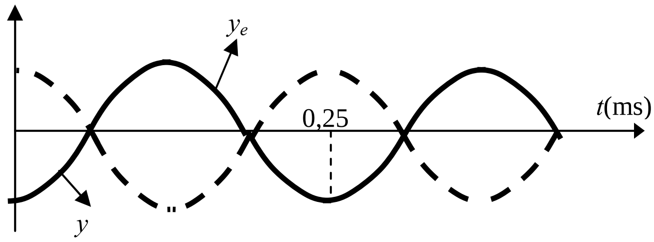
On déduit de ce qui précède la célérité $V = \lambda\,F = 8{,}0.10^{-3}.4{,}0.10^{3} = 32$ m.s^{-1}.

3. Les points qui vibrent en phase sont distants d'un nombre entier de longueur d'onde : on peut citer par exemple les couples (b, j), (c, k) , (d, l), …, distants de λ.

4. Les spires qui vibrent en opposition de phase sont distantes d'un nombre entier de demi-longueur d'onde : on peut citer par exemple les couples (a, e), (b, f), (c, g), (d, h) distants de $\lambda/2$, (a, m) distant de $3\lambda/2$.

5. Pour passer de la spire e à la spire a, l'onde progresse d'une distance $d = \lambda/2$, on en déduit que le retard de e par rapport à a est $\tau_e = d/V = \lambda/2\ V = T/2$.

6. Les courbes demandées ont alors l'allure ci-contre.



Exercice 4 : ondes progressive sinusoïdale à la surface de l'eau

1. $T = 1/25 = 4{,}0.10^{-2}$ s.

2. Un point M a un mouvement oscillatoire de direction vertical autour de sa position d'équilibre. La direction de déplacement est perpendiculaire à la direction locale de propagation. On en conclut que l'onde est transversale.

3. L'allure est une sinusoïde (attention ce n'est pas une coupe de la surface de l'eau).

4. L'onde est circulaire, car la célérité est la même dans toute les directions du plan de la surface libre de l'eau.

5. On mesure suivant un rayon tracé sur le cliché une distance d correspondant à 10 longueurs d'onde (en mesurant par exemple dix intervalles entre des rides claires ou entre des rides sombres) : on trouve : 10 d = 2,9 cm. On en déduit d = 0,29 cm. En tenant compte de l'échelle 30 cm ----- 7,6 cm sur le cliché, on en déduit par une règle de proportionnalité que la distance correspondante sur le dépoli vaut x = 30 x 0,29 /7,6 = 1,1 cm. On en déduit la longueur d'onde λ = 1,1 /2 = **0,55 cm** (le grandissement du dispositif valant 2). On en déduit la célérité $V = \lambda f$ = 0,55 x 25 = 14 cm.s^{-1}.

6. Pour des points vibrant en phase on a : $OM_2 - OM_1 = k\,\lambda$ où k est un entier relatif.

Pour des points vibrant en opposition de phase on a : $OM_2 - OM_1 = (k + ½)\,\lambda$ où k est un entier relatif.

7.1. Les points images des points U et R sont sur le même cercle lumineux : donc la différence $OU – OR = 0$. U et R sont donc en phase. L'image du point Q est également sur un cercle lumineux et la différence $OQ - OR = \lambda$. On en déduit que les points Q, R *et* U sont en phase.

7.2. Citer des couples de points qui vibrent en opposition de phase. (P, Q) sont tels que $OQ – OP = 3\lambda/2$: donc P et Q sont en opposition de phase. On peut également citer le couple (R, P) ($OR – OP = \lambda/2$) et également le couple (U, P) ($OU – OP = \lambda/2$).

7.3. Ce sont des sinusoïdes (attention aux amplitudes qui vont en diminuant lorsqu'on s'éloigne du centre) en raison d'un amortissement de l'onde.

Correction de l'exercice 5 : propagation d'ondes circulaires à la surface de l'eau

1. λ = 12 cm ; $V = \lambda.\nu$ = 1,4 m.s^{-1}.

2.1. distance (S ; A) / λ = 24 / 12 =2. Donc distance (S ; A) = 2 λ : S et A sont en phase.

distance (S ; B) / λ = 30 / 12 =2,5 = 2 + ½ (demi-entier). Donc distance (S ; A) = (2 + ½)λ : S et B sont en opposition de phase

distance (S ; C) / λ = 42 / 12 =3,5 = 3 + ½ . Donc distance (S ; A) = (3 + ½)λ : S et C vibrent en opposition de phase

2.2. Mouvements de B et A : distance (S ; B) - distance (S ; A) = 2 λ – 2,5 λ = 0,5 λ = λ / 2 : A et B vibrent en opposition de phase

Mouvements de C et B : distance (S ; C) - distance (S ; B) = 3,5 λ – 2,5 λ = λ: C et B vibrent en phase

Mouvements de C et A : distance (S ; C) - distance (S ; A) = 3,5 λ – 2 λ = 1,5 λ : A et C vibrent en opposition de phase

Correction de l'exercice 6: diffraction d'ondes ultrasonores

1. Cette vitesse est de l'ordre de 340 m.s^{-1}.

2. Pour bien mettre en évidence le phénomène de diffraction par l'ouverture, il faut que la largeur a de la fente soit de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde λ.

Calculons donc λ. : $\lambda = V.T = V/\nu = 340/(24.10^3) = 1{,}4.10^{-2}$ m. **La largeur de la fente est donc de l'ordre de 1,4 cm**.

3. Calculons la longueur d'onde λ' de cette onde ultrasonore dans l'air pour la comparer à la dimension a de l'ouverture calculée précédemment : $\lambda' = V.T' = V/\nu' = 340/(2.10^6) = 1{,}7.10^{-4}$ m.

Formons le rapport $a/\lambda' = 1{,}4.10^{-2} / 1{,}7.10^{-4} = 0{,}82.10^2 = 82$. **Donc *a* étant grand devant λ, le phénomène de diffraction n'est pas discernable**.

.

Correction de l'exercice 7 : la houle et l'entrée d'un port.

- **En mer**

1.a. La houle est une onde mécanique transversale, car la perturbation (verticale ; elle soulève le bateau) est perpendiculaire à la direction (horizontale) de propagation.

1.b. Ici la profondeur h (= 800 m) est grande devant (λ = 50 m). La célérité est donc donnée par la relation théorique : $V = \sqrt{\dfrac{g.\lambda}{2\pi}} = \sqrt{\dfrac{9{,}8 \text{ x } 50}{2\pi}} \approx 8{,}8 \text{ m.s}^{-1}$. $\boldsymbol{V \approx 8{,}8 \text{ m.s}^{-1}}$

1.c. $\left[\sqrt{\dfrac{g.\lambda}{2\pi}}\right] = [g]^{1/2}.[L]^{1/2}$. De la relation $P = mg$, on tire : [F] = [M].[g], soit : $[g] = \dfrac{[F]}{[M]} = [F].[M]^{-1}$.

Donc : $\left[\sqrt{\dfrac{g.\lambda}{2\pi}}\right] = ([F].[M]^{-1})^{½}.[L]^{1/2}$.

Reste à exprimer [F] en fonction des dimensions des grandeurs de base de la mécanique. De la relation $V = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$, on tire, en élevant au carré cette relation : $F = V^2.\mu$. Soit en passant aux dimensions :

$$[F] = [V]^2.[\mu] = [V]^2.\frac{[M]}{[L]} = ([L].[T]^{-1})^2.[M].[L]^{-1} = [M].[L].[T]^{-2}.$$

Donc $\left[\sqrt{\dfrac{g.\lambda}{2\pi}}\right] = ([M].[L].[T]^{-2}.[M]^{-1})^{1/2}.[L]^{1/2} = \mathbf{[L].[T]^{-1}}$.

$\sqrt{\dfrac{g.\lambda}{2\pi}}$ **est bien homogène à une vitesse** donc à **une célérité**.

1.d. La fréquence f du mouvement vertical du bateau est égal à la fréquence de la houle.

On a donc : $\lambda = V.T = V/f$. D'où $f = V/\lambda = 8{,}8/50 \approx 0{,}18$ Hz (2 chiffres significatifs). $\boldsymbol{f \approx 0{,}18}$ **Hz**.

Calculer la fréquence f du mouvement vertical du bateau.

1.e. **Cas où la profondeur est faible devant λ (eau peu profonde)**

Dans ce cas V est indépendante de f : **le milieu n'est pas dispersif**.

Cas où la profondeur est grande devant λ (eau profonde)

Dans ce cas $V = \sqrt{\dfrac{g.\lambda}{2\pi}}$. En élevant la relation au carré, on a : $V^2 = g.\lambda/(2\pi)$ avec $\lambda = V/f$. On en déduit :

$V^2 = g.(V/f)/(2\pi)$. D'où : $\boldsymbol{V = \dfrac{g}{2\pi f}}$.

1.f. Un milieu est dispersif si la célérité des ondes dans ce milieu V dépend de f. **Le milieu est donc dispersif dans le deuxième cas où $V = g/(2\pi f)$, c'est à dire en eau profonde**.

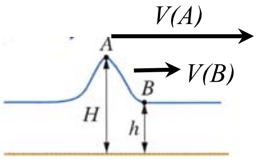
V étant inversement proportionnel à f, **si la fréquence double, alors la célérité est divisée par 2**.

- **Près de la côte**

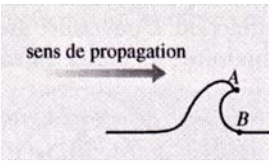
2.a. L'eau étant peu profonde la célérité, ne dépend que de la profondeur et n'est donc pas la même au point A et au point B. On a donc :

$V(A) = \sqrt{g.h}$ et $V(B) = \sqrt{g.H}$. Comme $H > h$, alors $V(A) > V(B)$: **la célérité est plus grande en *A* qu'en *B*.**

2.b. Comme la célérité est plus grande au sommet de la vague , cette vague se déforme et cela crée **une déferlante**. Ci-après le schéma de la vague avant sa déformation, puis après.



avant déformation



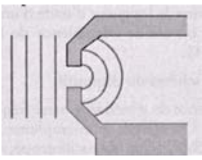
après déformation

- **A l'entrée du port.**

3.a. **Le phénomène de diffraction se manifeste nettement lorsque la taille de l'ouverture** l (= 25 m) **est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde λ de l'onde incidente** (ou plus petite que λ). Donc une houle diffractée a une longueur d'onde de l'ordre de 25 m (ou plus grande).

3.b. Si λ est de l'ordre de 25 m, elle est grande devant la profondeur h (= 2,4 m) (l'eau est peu profonde). Donc :

$$V = \sqrt{g.h} = \sqrt{9,8 \text{ x } 2,4} \approx 4,8 \text{m.s}^{-1}$$



3.c. En mer, la houle est **considérée comme une onde rectiligne périodique**. Après diffraction, comme la longueur d'onde est de l'ordre de l'ouverture, **l'onde diffractée est circulaire, centrée sur l'ouverture**, **de même longueur d'onde** et de même fréquence **que l'onde incidente**. On en déduit la forme de l'onde diffractée schématisée ci-contre.